

Zhao L F, Wang W M, Yao Z X. Seismic attenuation tomography using the successive linearization method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) ,2004 ,47(4) :691 ~ 696

# 逐次线性化衰减层析成像方法研究

赵连锋 王卫民 姚振兴

中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029

**摘要** 在时间域衰减成像的基础上,建立了一种与当前走时层析成像类似的衰减成像方法——逐次线性化衰减层析成像方法,这是一种基于射线理论的方法.文中推导了逐次线性化过程的一系列公式,给出了相应的迭代算法及实现技术,并通过数值实验验证了方法的可行性.作为走时层析成像的补充方法,实现多参数成像.工程勘察实践表明,走时与衰减联合成像方法的应用效果良好.

**关键词** 逐次线性化 衰减 层析成像 工程实践

文章编号 0001 - 5733(2004)04 - 0691 - 06 中图分类号 P631 收稿日期 2003 - 05 - 14,2004 - 03 - 26收修定稿

## SEISMIC ATTENUATION TOMOGRAPHY USING THE SUCCESSIVE LINEARIZATION METHOD

ZHAO Lian-Feng WANG Wei-Min YAO Zhen-Xing

*Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

**Abstract** Based on the attenuation tomographical method in time domain, we propose a successive linearization method which is similar to the current travel-time tomographical methods. We deduce a series of successive linearization formulae and obtain the iterative arithmetic and the executable technique of the seismic attenuation tomography using the successive linearization method. The method feasibility is validated by numerical experiments. As a supplement, multi-parameters tomography is realized. We have applied the successive linearization method to engineer reconnaissance practice and gained preferable results.

**Key words** Successive linearization, Attenuation, Seismic tomography, Engineer practice.

## 1 引言

当地震波在黏弹性介质中传播时,介质黏滞性引起的吸收作用是导致地震波能量衰减的主要因素之一,这种介质所固有的衰减特性通常用  $Q$  值来描述.介质的  $Q$  值与其内部的结构特征,以及饱和度、孔隙度、渗透率等流体性质密切相关,而且,地震波的衰减比地震波速更敏感<sup>[1]</sup>.近年来,井间地震波走

时层析成像日臻成熟,在工程岩体质量评价、油气藏描述等领域得到了成功的应用<sup>[2-6]</sup>.随着地震记录,特别是井间地震记录质量的提高,人们逐渐认识到,在走时成像的基础上,还可以利用地震记录反映出的地震波衰减信息,重建地下介质衰减特性的分布情况.显然,进行衰减层析成像研究,不仅可以完善井间地震波成像方法,而且可以扩大成像信息量,增强对研究区域地质结构与物性分布的认识,提高井间成像结果的分辨率和可靠性.

**基金项目** 国家自然科学基金项目(40374016)和中国博士后基金资助项目.

**作者简介** 赵连锋,男,生于1972年,蒙古族,中国科学院地质与地球物理研究所博士后,主要从事地震波理论与方法研究工作.

E-mail: Zhaolf@mail.igcas.ac.cn

多年来,地球物理学家们提出各种各样的  $Q$  值计算方法,Rainer<sup>[7]</sup>曾对主要的 10 种方法进行比较,得出了没有一种方法具有普遍适用性的结论.王辉<sup>[8]</sup>阐述了代表当前国内外井间衰减成像研究现状的 4 种方法:属于时域方法的振幅衰减法和上升时间法;属于频率域方法的频谱比法和质心偏移法.本文的逐次线性化衰减层析成像属时域方法,是利用观测记录的初至峰值振幅,重建介质  $Q$  值结构的成像方法.文中将波动方程模拟结果视为观测记录,然后给出模型的平均  $Q$  值,通过多次线性化过程实现衰减成像,验证了方法的可行性.

## 2 逐次线性化方法

井间地震波射线层析成像可以通过逐次线性化反演来实现<sup>[9,10]</sup>.因为这一类非线性反问题不宜使用 Born 或 Rytov 近似的一次线性化方法<sup>[11]</sup>,于是采用逐次线性化,将非线性问题分解为多个线性化过程,而每个线性化过程可通过最小二乘 QR 分解法求解.常旭<sup>[12]</sup>给出了时域  $Q$  值层析成像的基本方法,属一次线性化方法.本文提出基于逐次线性化方法的  $Q$  值层析成像,给出了相应的迭代算法及实现技术.

在黏弹性介质中,平面 P 波在震源的振幅为  $A_0$ ,随着距离的减小,在距离震源  $x$  的任意点处衰减为  $A$ ,其衰减关系可以表示为  $A = A_0 \exp(-\dots)$ ,其中  $\dots$  为衰减系数,  $\dots = f/QV$ ,  $f$  为频率,  $Q$  为衰减因子,  $V$  是波速.将均匀矩形网格离散化井间介质,第  $j$  条射线经过  $M$  个网格单元,对振幅比取对数可形成衰减因子  $Q$  值成像方程<sup>[12]</sup>

$$\ln \left( \frac{A_i}{A_{0j}} \right) = \sum_{i=1}^M \left( \frac{1}{Q_j} \right) \left( - f_{ij} t_{ij} \right), \quad (1)$$

其中方程左端项可以用  $T_j$  表示,右端项中  $t_{ij} = s_{ij}/v_{ij}$ ,分别表征第  $j$  条射线经历第  $i$  个网格单元的走时、射线长度和速度.在确定速度的基础上进行衰减层析成像,在每个单元中令  $k_{ij} = - f_{ij} t_{ij}$ ,是一个与  $Q$  值无关的常数.假设模型的初始  $Q$  值或者反演过程中某步迭代后获得的  $Q$  值分布为  $Q_0(x, z)$ .将  $1/Q(x, z)$  在  $Q_0$  的小邻域  $|Q - Q_0| < Q$  内按 Taylor 级数展开,取至线性项,有

$$\frac{1}{Q(x, z)} = \frac{1}{Q_0(x, z)} - \frac{Q(x, z) - Q_0(x, z)}{Q_0^2(x, z)}, \quad (2)$$

式中  $Q(x, z)$  表示在点  $(x, z)$  的  $Q$  值修正量,因此

$$T_j = \sum_{i=1}^M \frac{1}{Q_0(x, z)} k_{ij} - \sum_{i=1}^M \frac{Q(x, z) - Q_0(x, z)}{Q_0^2(x, z)} k_{ij}, \quad (3)$$

其中右端第一项为理论值,记为  $T_{0j}$ ,即

$$T_{0j} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{Q_0(x, z)} k_{ij}, \quad (4)$$

用  $T$  表示计算残差,有

$$T_j = T_j - T_{0j}, \quad (5)$$

由方程(3)~(5),可得

$$T_j = - \sum_{i=1}^M \frac{Q(x, z) - Q_0(x, z)}{Q_0^2(x, z)} k_{ij}, \quad (6)$$

设第  $j$  条射线通过第  $i$  个网格单元时,共有  $L$  个单元节点  $Q$  值与之相关,则有

$$T_j = - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^M \frac{Q(x, z)}{Q_0^2(x, z)} k_{ij}, \quad (7)$$

对于矩形网格剖分单元,与单元内射线段相关的  $Q$  值有 4 个 ( $L=4$ ).在各个单元中,  $Q$  值可以用双曲线线性函数表示为

$$Q(x, z) = a_0 + a_1 x + a_2 z + a_3 xz, \quad (8)$$

其中双曲线线性化系数  $a_p$  ( $p=0, 1, 2, 3$ ) 由下式确定

$$a_{p-1} = \sum_{l=1}^L (-1)^{p+1} \frac{1}{l} Q_l, \quad p = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

其中,  $Q_l$  为单元中第  $l$  个角点的  $Q$  值,  $1/l$  是按克莱姆法则解四阶线性方程组的四阶行列式 的余子式.按微分的定义,

$$Q(x, z) = \sum_{l=1}^L \frac{\partial Q(x, z)}{\partial Q_l} Q_l. \quad (10)$$

把(8)式代入(10)式,有

$$Q(x, z) = \sum_{l=1}^L \left\{ \frac{\partial a_0}{\partial Q_l} + \frac{\partial a_1}{\partial Q_l} x + \frac{\partial a_2}{\partial Q_l} z + \frac{\partial a_3}{\partial Q_l} xz \right\} Q_l, \quad (11)$$

其中,

$$\frac{\partial a_{p-1}}{\partial Q_l} = (-1)^{p+1} \frac{1}{l}, \quad p = 1, 2, 3, 4. \quad (12)$$

把(11)式代入(7)式,整理得到

$$T_j = \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^L \left\{ \frac{\partial a_0}{\partial Q_l} \frac{k_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_1}{\partial Q_l} \frac{xk_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_2}{\partial Q_l} \frac{xzk_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_3}{\partial Q_l} \frac{xzk_{ij}}{Q_0^2} \right\} Q_l. \quad (13)$$

对所有网格节点统一编号,设第  $i$  个节点上的  $Q$  值扰动量为  $Q_i$ ,则有

$$T_j = a_{ij} Q_i, \quad (14)$$

其中

$$a_{ij} = \sum_{l=1}^{N_{ij}} \left\{ \frac{\partial a_0}{\partial Q_l} \frac{k_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_1}{\partial Q_l} \frac{xk_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_2}{\partial Q_l} \frac{xzk_{ij}}{Q_0^2} + \frac{\partial a_3}{\partial Q_l} \frac{xzk_{ij}}{Q_0^2} \right\}, \quad (15)$$

可得如下矩阵形式

$$T = A Q, \quad (16)$$

其中  $T$  为实测振幅修正后振幅比值的对数与理论值之差,  $A$  为微分系数矩阵(或 Jacobi 矩阵),  $Q$  为网格节点上  $Q$  值扰动量或修正量。

采用 DLSQR 算法求解线性方程(16)式,一般迭代 4~6 次即可收敛<sup>[13]</sup>。逐次线性化方法的收敛依赖于初始猜测模型的给定,选取与真实模型接近的  $Q$  值初始猜测,收敛得也越快。随迭代次数的增加而减小阻尼系数,可在保证收敛的同时提高分辨率<sup>[11]</sup>。

### 3 数值实验

#### 3.1 实验设计

数值模拟实验以给定模型的黏弹介质中波动方程正演计算的水平分量为观测数据,拾取地震波初至走时及初至峰值振幅。经波速图像重建后,进行原始数据的接收方向校正、几何衰减校正,进而实现衰减成像<sup>[3,5]</sup>。以得到的波速和  $Q$  值图像与给定模型的波速和  $Q$  值图像相比较,评价实验效果。实验步骤为

- (1) 给出速度  $V_P$ 、 $V_S$ 、 $Q$  值模型;
- (2) 黏弹性波动方程数值模拟<sup>[14]</sup>:确定初至走时  $t$ 、初至峰值振幅  $A_0$  及初至脉冲宽度;
- (3) 波速图像重建:利用初至走时数据  $t$ ,采用

交错网格法地震层析成像技术<sup>[15]</sup>,获取效果最佳的波速  $V_P$  图像;

(4) 基于  $V_P$  作弹性波波动方程正演模拟,目的是消除速度结构引起的衰减效应。取  $V_S = 1/2 V_P$ ,弹性波波动方程模拟的初至峰值振幅用  $A_{0M}$  表示;

(5) 基于  $V_P$  逐炮点射线追踪,获取射线路径信息(射线长度、入射方向);

(6) 振幅校正:利用射线长度和入射方向分别对  $A_0$  和  $A_{0M}$  作几何衰减校正和方向校正,校正后的振幅记为  $A$  和  $A_m$ ;

(7) 频率估计:利用初至脉冲宽度计算接收点频率,设在每条射线上频率呈线性变化,由此估算每条射线在单元网格内的频率;

(8)  $Q$  值成像:利用逐次线性化方法实现衰减因子  $Q$  值成像;

(9) 实验效果分析:真实模型波速图像、 $Q$  值图像与波速重建图像、 $Q$  值重建图像进行对比分析。

#### 3.2 模型正演模拟

实验设计中前两步为模型正演模拟过程,以给定模型正演结果作为观测值进行走时与振幅联合成像反演研究,正演模拟是数值实验的基础。

实验模型采用 Stekl 等<sup>[16]</sup>的地震波黏弹断层模型,数值及形状略有差异,如图 1a 所示,图中勾勒了断层位置。井间距离为 75m,井深 85m。观测系统采用井间-地井组合模式,首先在地面激发,井中观测,

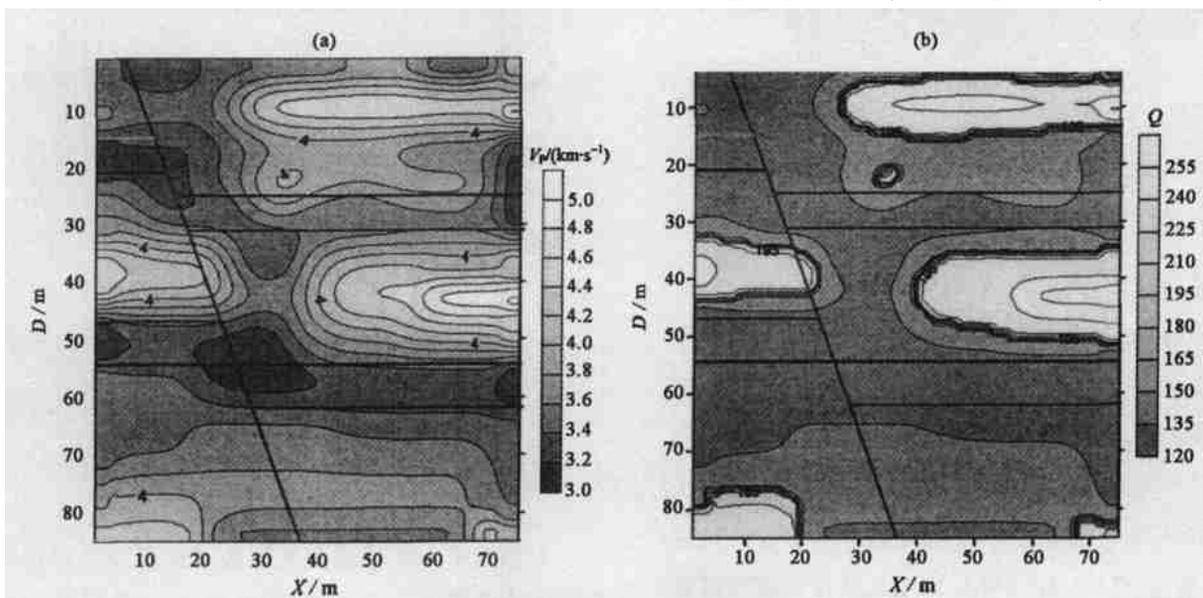


图 1 数值模拟实验 P 波速度模型(a)<sup>[16]</sup>和衰减因子  $Q$  值模型(b)

$D, X$  分别表示井深和井间距离,下同。

Fig. 1 (a) P-wave velocity mode<sup>[16]</sup> and (b) attenuation factor  $Q$  value model for numeric simulating experiment

然后于左井激发,右井接收,与实际工程相符.模型采用 1m ×1m 网格单元进行正演计算,采用有序波前重建法进行射线追踪<sup>[17]</sup>.设  $V_s = 1/2 V_p$ ,取  $Q$  值分布如图 1b 所示,采用虚谱法进行黏弹地震波动方程正演模拟<sup>[14]</sup>.激发源采用主频为 60Hz 的雷克子波,采样间隔为 0.001s,记录长度为 500ms.

井间、地井观测系统共 15725 条地震射线,即正演模拟计算地震记录 15725 条,所得初至走时及初至峰值振幅,分别加入 20% 的数据误差进行波速与衰减层析成像.

### 3.3 波速图像重建

以正演模拟地震波初至走时加入 20% 数据误差后作为观测数据,采用交错网格法地震层析成像技术<sup>[15]</sup>,获取效果最佳的波速  $V_p$  图像,选取第 14 次迭代结果,基本反映了给定模型所包含的地质信息,见图 2.

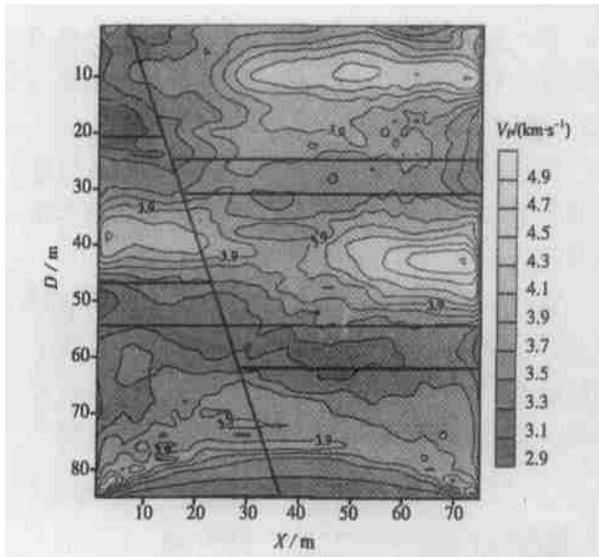


图 2 交错网格法波速层析图像

Fig. 2 The seismic tomographic P-wave velocity image using the Interlaced Gridding method

### 3.4 振幅校正及频率估计<sup>[3,5]</sup>

为获取初至峰值振幅,消除速度结构引起的衰减效应,取  $V_s = 1/2 V_p$ ,模拟初至峰值振幅  $A_{0M}$ ;基于  $V_p$  逐炮点射线追踪,获取射线路径信息(射线长度、入射方向),利用射线长度和入射方向分别对  $A_0$  和  $A_{0M}$  作几何衰减校正和方向校正,校正后的振幅分别记为  $A$  和  $A_m$ .利用初至脉冲宽度计算接收点频率,设在每条射线上频率呈线性变化,由此估算每条射线在单元网格内的频率.

用以下公式计算单元格内的频率<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} f_i = f_0 + (f_R - f_0) \left( s_i / \sum_{i=1}^n s_i \right) \\ f_R = 1/2 \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $f_i$  为单元格内的频率,  $f_0$  为震源频率,  $f_R$  为接收频率,  $s_i$  为网格内射线长度,  $\sum_{i=1}^n s_i$  为射线总长度,  $n$  为射线所通过单元格的个数,为地震记录初始脉冲宽度.

### 3.5 Q 值成像及实验效果

利用逐次线性化方法实现衰减因子  $Q$  值成像,迭代 10 次的计算结果如图 3 所示.通过真实模型波速图像、 $Q$  值图像与波速重建图像、 $Q$  值重建图像对比分析,可得以下结论:

- (1) 利用初至走时进行波速成像,能够准确反映模型速度变化及断层位置;
- (2) 在获取最优波速图像后,进行衰减成像,所得图像准确反映了模型  $Q$  值变化,由于模型下边界附近射线较稀疏,所得  $Q$  值为相对变化值;
- (3) 根据弹性波速度与衰减因子的对应关系,给定进行衰减成像的初始模型,应用逐次线性化方法进行  $Q$  值成像,效果较好.

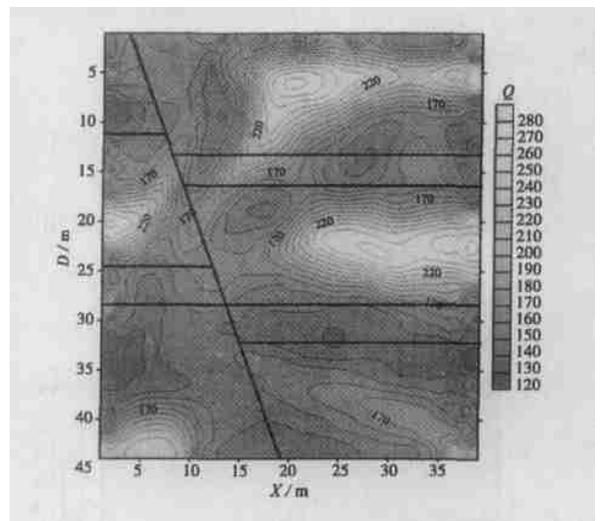


图 3 衰减因子 Q 值成像

Fig. 3 Attenuation factor Q value image

## 4 应用实例

京福国道主干线徐州绕城公路东段及徐州至宿迁高速公路桥梁基础已完成施工,钻探资料显示桥梁下方可能存在危及基桩安全的岩溶.由于该处岩溶较为发育,表现为特征差异大,埋深不一致,岩溶体中充填物差异明显,对勘探方法提出了极高的要

求. 层析成像试验的目的是探索既能保证勘探质量, 又有一定工效的岩溶勘察方法. 岩溶的形成与发育主要与地层岩性、地质构造和地下水活动等因素有关.

岩溶经常形成于厚层块状可溶性的纯灰岩地层, 多岩层层面或断层破碎带发育成溶洞. 岩溶洞穴与其围岩之间, 存在着明显的视电阻率、波速、品质因子  $Q$  值、波阻抗、密度、磁化率及散热率等物性差异. 一般地, 完整石灰岩的弹性纵波速度大于  $4500\text{m/s}$ , 而溶蚀裂隙发育的灰岩弹性纵波速度在  $2800 \sim 4500\text{m/s}$  之间, 岩溶充填物及上覆岩层的弹性纵波速度小于  $2800\text{m/s}$ . 根据渡边俊树、佐佐宏一等在 1990 年做的室内实验研究<sup>[18]</sup>, 石灰岩的  $Q$  值在  $20 \sim 30$  之间, 蚀裂隙发育灰岩的品质因子平均为  $10 \sim 20$ , 岩溶充填物的  $Q$  值低于  $10$ . 波速与衰减联合层析成像采用纵波(频率大于  $1\text{kHz}$  小于  $20\text{kHz}$  为声波, 大于  $20\text{kHz}$  为超声波)在岩体中的传播速度及衰减因子作为目标参量, 采用井间观测或井-地面观

测, 通过计算分析波传播速度与衰减因子的空间结构来描述介质的空间分布情况.

徐庄中桥 2# 桥墩试验剖面钻孔深度约  $41\text{m}$ , 孔间距离  $31.4\text{m}$ , 基岩埋深约  $30\text{m}$ . 该剖面共有 6 个钻

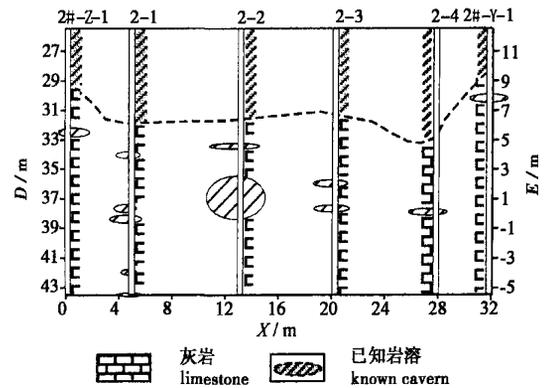


图 4 徐庄中桥 2# 桥墩试验剖面钻孔地质资料 (E 表示高程, 下同)

Fig. 4 The drillcores of the test section under pier No. 2 of XuZhuang mid-bridge

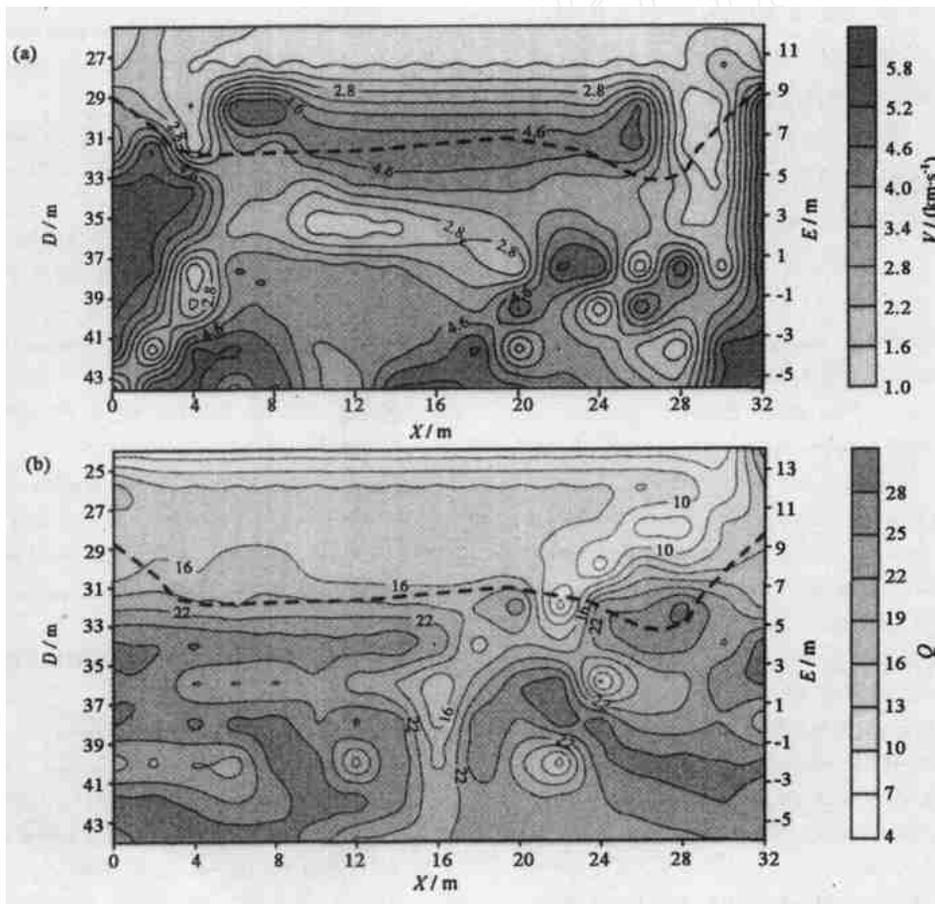


图 5 徐庄中桥 2# 桥墩试验剖面波速层析图像 (a) 和  $Q$  值层析图像 (b)

Fig. 5 (a) The velocity image and (b) the  $Q$  value image of test section under pier No. 2 of XuZhuang mid-bridge

孔的地质资料,如图 4 所示. 波速与衰减联合层析成像所得最佳波速图像如图 5a 所示,相应的  $Q$  值图像如图 5b 所示. 图 5a 中 30m 以上深、浅灰度的色变为上覆松散地层与下伏灰岩的差异,可见基岩面能清晰反映出来. 以下部分速度较低的较深灰度区域为岩溶发育位置,其中深灰度区为岩溶较发育或溶洞位置. 30m 以上的深灰度区域为松散第四系,其下方的浅灰度区为奥陶纪灰岩层,在灰岩地层中的深灰度区为低速的岩溶发育位置,并能反映岩溶的发育呈串珠状分布. 参照已知 6 个钻孔地质资料中岩溶位置,波速成像剖面有很好的对应关系. 如图 5b 所示的衰减层析成像剖面,较清晰地反映了基岩界面及相应的溶洞位置. 受高  $Q$  值围岩影响,溶洞与裂隙带呈低值但没有太大的差异. 在一定程度上, $Q$  值图像较好地反映了溶洞的连通关系.

## 5 结 论

本文建立了利用地震波初至峰值振幅进行衰减层析成像的逐次线性化方法,并通过数值模拟实验验证了方法的可行性. 将逐次线性化衰减层析成像方法用于岩溶勘察工程实践,取得了较好的应用效果. 因此,波速与衰减联合层析成像及其综合分析方法,可作为工程勘察的一种有效手段.

## 参考文献

- [ 1 ] Best A I, McAnn C, Sothcott J. The relationships between the velocities, attenuations, and petrophysical properties of reservoir sedimentary rocks. *Geophys. Prosp.*, 1994, **42**(1): 151 ~ 178
- [ 2 ] Quan YL, Harris J M. Seismic attenuation tomography using the frequency shift method. *Geophysics*, 1997, **63**(3): 895 ~ 905
- [ 3 ] Toshiki Watanabe, Koichi Sassa. Seismic attenuation tomography and its application to rock mass evaluation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sic. & Geomech. Abstr.*, 1996, **33**(5): 467 ~ 477
- [ 4 ] Qingbo Liao, George A. McMechan. Tomographic imaging of velocity and  $Q$ , with application to crosswell seismic data from the Gypsy Pilot Site, Oklahoma. *Geophysics*, 1997, **62**(6): 1804 ~ 1811
- [ 5 ] 王辉,常旭,刘伊克等. 时间域相邻道地震波衰减成像研究. *地球物理学报*, 2001, **44**(3): 396 ~ 403  
Wang H, Chang X, Liu Y K et al. Seismic neighboring traces attenuation tomography in time domain. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2001, **44**(3): 396 ~ 403
- [ 6 ] 严又生,宜明理,魏新等. 井间地震速度和  $Q$  值联合层析成像及应用. *石油地球物理勘探*, 2001, **36**(1): 9 ~ 17  
Yan Y S, Yi M L, Wei X et al. Joint tomographic imaging for cross-hole seismic velocity and  $Q$  value, *Oil Geophys. Prosp.* (in Chinese), 2001, **36**(1): 9 ~ 17
- [ 7 ] Rainer T. The determination of the seismic quality factor  $Q$  from VSP data: A comparison of different computational methods. *Geophys. Prosp.*, 1991, **39**: 1 ~ 27
- [ 8 ] 王辉,常旭,高峰. 井间地震波衰减成像的几种方法. *地球物理学进展*, 2001, **16**(1): 104 ~ 109  
Wang H, Chang X, Gao F. Several methods of crosswell seismic attenuation tomography. *Prog. Geophys.* (in Chinese), 2001, **16**(1): 104 ~ 109
- [ 9 ] Nolet D. *Seismic Wave Propagation and Seismic Tomography*. In: Nolet G. ed. *Seismic Tomography*. D. Reidel publishing company, 1987
- [ 10 ] Bregman N D, Chapman C H and Bailey R C. Crosshole seismic tomography. *Geophysics*, 1989, **54**: 200 ~ 215
- [ 11 ] 牛彦良,杨文采,吴永刚. 跨孔地震 CT 中的逐次线性化方法. *地球物理学报*, 1995, **38**(3): 378 ~ 386  
Niu Y L, Yang W C, Wu Y G. Successive linearization method in cross hole tomography. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1995, **38**(3): 378 ~ 386
- [ 12 ] 常旭,刘伊克,王辉. 基于波速与衰减成像的岩体结构分析. *科学通报*, 2000, **45**(4): 416 ~ 420  
Chang X, Liu Y K, Wang H. Rock mass structure analysis based on seismic velocity and attenuation images. *Chinese Science Bulletin* (in Chinese), 2000, **45**(4): 416 ~ 420
- [ 13 ] Paige C C and Saunders M A. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM transactions on Math. Soft.*, 1982, **8**: 43 ~ 71
- [ 14 ] 赵连锋. 井间地震波速与衰减联合层析成像方法研究[博士论文]. 成都:成都理工大学信息工程学院, 2003  
Zhao L F. Study on crosswell seismic tomography combining velocity and attenuation [Ph. D. Thesis]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2003
- [ 15 ] 赵连锋,朱介寿,曹俊兴. 并行化交错网格法地震层析成像. *石油物探*, 2003, **42**(1): 6 ~ 8  
Zhao L F, Zhu J S, Cao J X. Seismic tomography with parallel interlaced gridding. *Geophys. Pros. Petro.*, 2003, **42**(1): 6 ~ 8
- [ 16 ] Stekl I and Pratt R G. Accurate viscoelastic modeling by frequency-domain finite differences using rotated operators. *Geophysics*, 1998, **63**(5): 1779 ~ 1794
- [ 17 ] 赵连锋,朱介寿,曹俊兴. 有序波前重建法的射线追踪. *地球物理学报*, 2003, **46**(3): 415 ~ 420  
Zhao L F, Zhu J S, Cao J X. Ray tracing using ordinal wavefront reconstruction method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2003, **46**(3): 415 ~ 420
- [ 18 ] 渡边俊树,佐佐宏一. 使用地震波初至振幅的衰减层析成像法. *国外油气勘探*, 1994, **6**(5): 588 ~ 899  
Dubian Junshu, Zuo Zuo Hongyi. Seismic attenuation tomography using first amplitude. *Overseas Oil-gas pros.*, 1994, **6**(5): 588 ~ 899